

# Multi-robot Exploration Using Self-Biddings under Constraints on Communication Range

J. C. Elizondo, G. Ramírez, E. Rodriguez and J. R. Martínez

**Abstract**— This paper proposes a completely decentralized algorithm for multi-robot coordination to explore and map terrain, under constraints on communication range. This algorithm is based on a market bidding process of unrevealed frontiers, where each robot calculates the bids independently. When it reaches its target position, the robot makes a decision by itself, which involves every one of the team members and their ranges of communication, under a decentralized scheme and without the necessity of a central module. Since the approach maintains a more stable communication network among the robots and, consequently, more similar individual maps, the result is an efficient and fault tolerant approach. The bidding function includes the distance of the considered robot towards the frontier, the distances to the others robots and their respective objectives and include the constraint on communication range. This function provides the robots with a complex behavior, so the robot tries to explore distant frontiers, while trying to keep itself within communication range of the other robots.

**Keywords**— Multi-robot systems, exploration, mapping, communication, coordinated behavior.

## I. INTRODUCCIÓN

LA EXPLORACIÓN de medios ambientes y la respectiva generación de mapas son temas de gran relevancia en la robótica móvil. Para ser capaces de navegar de manera efectiva, los robots móviles autónomos deben contar con la capacidad de construir representaciones de los ambientes. La construcción del mapa implica el uso de una buena estrategia de exploración y, en el caso de sistemas multi-robot, es necesario considerar la restricción impuesta por el rango limitado de comunicación. Existen muchas aplicaciones en las que la exploración es una parte integral de la misión del robot, como son búsqueda y rescate, manejo de materiales peligrosos, exploración planetaria, entre otras. Al utilizar un equipo de robots para la exploración, se obtienen múltiples ventajas, comparado con el uso de un único robot, como son la tolerancia a fallos individuales, la concurrencia y su correspondiente disminución del tiempo necesario para la exploración.

Recientemente, han surgido propuestas basadas en ofertas, las cuales han demostrado reducir el tiempo y la distancia recorrida por el equipo de robots en la exploración multi-

robot: Simmons [1], Zlot [2], Burgard [3], Stachniss[4] and Sheng [5]. Otro problema importante a tomar en cuenta en sistemas multi-robot es el de la limitante en el alcance de la comunicación, el cual ha sido poco estudiado. Un ejemplo del impacto de alcance de comunicación limitada en el proceso de exploración es que uno o varios robots pueden moverse fuera de los límites de la comunicación de todos los otros robots y por lo tanto ser dividida la red de comunicación; como resultado, los robots harán uso de mapas no actualizados del entorno sobre el cual están trabajando, con lo cual, si el robot aislado falla, se pierde la información obtenida por éste.

En este artículo, se propone el uso de un mecanismo de coordinación de los robots basado en ofertas, que permite a cada robot decidir individualmente los mejores objetivos de exploración, en un proceso que incluye a cada uno de los miembros del equipo sin necesidad de tiempos muertos, logrando una estrategia de exploración totalmente descentralizada.

## II. TRABAJO RELACIONADO

En robótica móvil el problema de exploración multi-robot es muy popular entre la comunidad científica. Muchas propuestas han sido planteadas para la exploración de ambientes desconocidos con un solo robot [6-8]. En años recientes el problema de exploración con un equipo de robots ha recibido atención considerable. Una comparación entre múltiples propuestas se reporta en [9], algunas de esas propuestas están enfocadas en la coordinación sin tomar en cuenta la comunicación. En 1997 Yamauchi [10] introduce una propuesta para la exploración con un solo robot basado en el concepto de fronteras, definida como la región en el límite entre el espacio abierto y el espacio inexplorado. La idea básica es mantener al robot dirigiéndose hacia la celda frontera más cercana a su ubicación actual. En [11], Yamauchi extiende el concepto de fronteras a un algoritmo de exploración multi-robot, donde los robots intercambian la información de los mapas cada vez que arriban a una nueva frontera. Esta propuesta brinda la capacidad de tolerancia a fallos, ya que si alguno de los robots falla, la exploración aún puede ser terminada. Sin embargo, no existe una coordinación explícita, ya que varios robots pueden llegar a cubrir la misma zona, con lo cual puede haber una interferencia entre varios miembros del equipo.

Simmons et al. [1], desarrollaron una propuesta para la exploración multi-robot en la cual usan el concepto de fronteras y un protocolo simple de ofertas. El equipo requiere un agente central para evaluar las ofertas de todos los robots para así poder obtener la mayor información mientras se trata de reducir el costo de la distancia en los trayectos. Al ser una propuesta que requiere de un módulo central, carece de la

---

J. C. Elizondo, Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa en Tamaulipas, México, elizondo.leal.jc@gmail.com

G. Ramírez, Information Technology Laboratory, CINVESTAV-Tamaulipas, México, grtorres@tamps.cinvestav.mx

E. Rodriguez, Information Technology Laboratory, CINVESTAV-Tamaulipas, México, ertello@tamps.cinvestav.mx

J. R. Martínez, Universidad Autónoma de Tamaulipas, México, jranguelo@docentes.uat.edu.mx

tolerancia a fallas, ya que si el robot central falla la tarea de exploración se ve comprometida.

Zlot et al. [2] presentan una propuesta para la exploración multi-robot en la cual explotan una arquitectura de mercado. El equipo de robots continuamente negocia con los otros miembros del equipo mejorando así sus planes actuales e intercambiando información acerca de cuáles regiones pueden y no pueden ser cubiertas. Su algoritmo puede mejorar la fiabilidad, robustez y eficiencia de la exploración; sin embargo, el algoritmo de generación de objetivos que usan no es tan eficiente como los basados en fronteras, y el proceso de negociación es complejo.

Stachniss et al. [12] desarrollaron una estrategia de exploración multi-robot en la cual consideran la información semántica del ambiente, para lo cual aplican un clasificador entrenado con AdaBoost. Esta propuesta requiere un proceso de aprendizaje y solo puede considerar lugares similares a los usados para dicho entrenamiento. Baglietto et al. [13] presentan una propuesta descentralizada donde aplican el concepto de entropía y fronteras, donde la entropía cuantifica la ganancia de información asociada con cada frontera. Poernomo y Shell Ying [14] proponen la separación de los robots en la selección de la frontera, con lo cual se reducen las posibilidades de interferencias entre los miembros del equipo. Sin embargo, asumen que el tamaño de los robots es lo suficientemente pequeño, tal que las colisiones no pueden existir.

En [15] y [16] Elizondo-Leal et al. presentan una propuesta totalmente descentralizada para la exploración multi-robot en la que se presenta el concepto de auto-ofertas, en la cual las ofertas son calculadas por cada robot, la función de costo incluye la distancia del robot actual hacia la frontera, la distancia de los otros robots y sus objetivos.

En la mayoría del trabajo previo se asume que la comunicación entre los robots es perfecta, lo cual hace que sus algoritmos no consideren manejar cortes en los puentes de comunicación. Burgar et al. en [3] y posteriormente Stachniss en [4], desarrollaron un algoritmo de exploración multi-robot en el cual simultáneamente se considera la utilidad de explorar áreas y el costo de alcanzarlas, usando mallas de evidencia para representar el mundo y el concepto de fronteras para detectar los objetivos potenciales. Además, investigan el impacto del rango de comunicación limitado. Ellos proponen el uso de un módulo central seleccionado dinámicamente, el cual recibe los mapas locales y los combina en un solo mapa que es enviado a todos los miembros del equipo. Es una buena propuesta; sin embargo, al usar un módulo central sufre de tener un punto único de falla.

De Hoog et al. [17] usan una exploración basada en roles de encuentro donde algunos robots transmiten información entre robots y un módulo central, mientras que otros robots continúan la exploración. Cuando un encargado de la comunicación y un explorador se reúnen, comparten información sobre el medio ambiente y el explorador determina el siguiente punto de encuentro asegurando al mismo tiempo que tiene un fuerte alcance de comunicación.

Sheng et al. [5] presentan un algoritmo de exploración basado en un modelo de ofertas distribuido, abordando el problema causado por un rango de comunicación limitado. Los autores introducen una medida de cercanía, por lo que los

robots tienden a mantenerse cercanos entre ellos. Para llevar a cabo la coordinación, los robots periódicamente envían su mejor oferta a los otros miembros del equipo dentro de la sub red. Al final de un tiempo constante, el robot que provee la mejor oferta es declarado como ganador y se dirige hacia el objetivo ganado. Este proceso es reiniciado para todos los otros robots.

Rooker y Birk [18] proponen una coordinación centralizada que garantiza que, durante la exploración, ningún robot perderá comunicación con el resto de los miembros del equipo. Para alcanzar este objetivo, un módulo central recolecta las posiciones actuales de cada robot y genera un conjunto de futuras configuraciones para el equipo completo (por ejemplo, las posibles futuras posiciones de los robots). Debido al gran número de combinaciones posibles, no todas las configuraciones pueden ser consideradas, pero sí una cantidad limitada de éstas. Entre este número de configuraciones generadas, el módulo central escoge la mejor de acuerdo a la función de utilidad. Esta función penaliza cuando la futura posición está ocupada por un obstáculo o cuando se saldría del rango de comunicación de algún robot. Esta propuesta tiene un punto único de falla al depender de un módulo central que se encarga de coordinar al equipo de robots.

Vazquez y Malcolm en [19] proponen un algoritmo de exploración descentralizado basado en la selección de diferentes comportamientos: evitando obstáculos, manteniendo la conectividad de la red, explorando hacia una frontera. Esta selección toma en cuenta la condición actual de la red, la cual es conocida por cada robot gracias a que periódicamente se intercambian mensajes. Para alcanzar la conectividad de la red, cada robot analiza la topología de la red y realiza una distinción entre una articulación simple y un puente.

En [20] Cepeda et al. usan una combinación simple de comportamientos como evitar obstáculos, evitar pasar por lugares explorados anteriormente, dispersión y exploración. El resultado es una propuesta descentralizada, sin embargo ellos no toman en cuenta el alcance de la comunicación en ninguno de sus comportamientos.

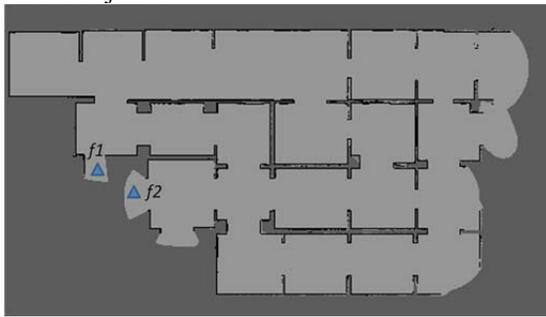
### III. PROPUESTA

La Exploración Multi-robot Usando Auto-Ofertas bajo la Restricción en el Alcance de la Comunicación o SBX-R (Self-Bidding eXploration – under communication Range) usa un mecanismo de ofertas basado en la asignación de objetivos y la restricción en el rango de la comunicación para coordinar las acciones de los robots. El algoritmo es un proceso totalmente descentralizado y asíncrono, ya que cada robot estima la oferta de los otros miembros del equipo y su propia oferta, información que le sirve para tomar una decisión sin interferir en las decisiones de los otros miembros del equipo y sin requerir sincronizarse en el tiempo con ellos. Además, si el objetivo seleccionado es descubierto por otro robot, éste envía una señal de parada con la finalidad de indicar al primer robot que su objetivo ha sido explorado y así obligarlo a reiniciar el proceso de ofertas para seleccionar un nuevo objetivo.

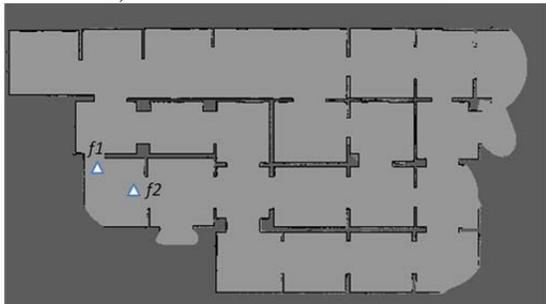
Así, cada robot se encuentra en uno de tres estados posibles, 1) construyendo objetivos en el que el robot se encuentra en el proceso de análisis de información y de auto-

oferta para seleccionar el objetivo que más beneficie a la exploración, una vez que se cuente con un objetivo, se procede a navegar hacia él, 2) navegando hacia el objetivo, en el que el robot se desplaza hacia el objetivo definido; cuando ese objetivo ha sido explorado se inicia un nuevo proceso de auto-oferta y 3) avería total que ocurre cuando el robot deja de funcionar totalmente y se excluye del proceso de exploración. En paralelo con lo anterior, un módulo de comunicación y recepción de mensajes maneja la información desde y hacia los demás miembros del equipo.

Para ilustrar el funcionamiento del uso de la señal de parada, se puede observar en la Fig. 1(a) dos fronteras ( $f_1$  y  $f_2$ ) muy cercanas entre sí, pero que en el proceso de auto-ofertas serían asignadas a dos robots distintos. Si un robot alcanza la frontera  $f_2$  puede también explorar la frontera  $f_1$  (Fig. 1(b)) por lo cual ya no es necesario explorar nuevamente la frontera  $f_1$ . Si un robot ya se dirigía hacia  $f_1$ , se le notifica que debe elegir un nuevo objetivo.



a) Dos fronteras están cercanas entre sí.



b) Un robot explora la frontera  $f_2$  y consecuentemente la frontera  $f_1$

Figura 1. Dos fronteras que están cercanas entre sí y pueden ser exploradas por un solo robot.

En el esquema de SBX-R, el sensado y la generación del mapa se llevan a cabo continuamente durante el proceso de navegación y no únicamente al alcanzar el punto objetivo. Por otra parte, la frontera objetivo se considera como alcanzada cuando el robot se encuentra a una distancia corta de éste (la mitad del rango de sensado) y la frontera está dentro de la línea de visión del robot, con lo cual, el robot puede iniciar un nuevo proceso de oferta.

En la Fig. 2 se puede ver un ejemplo de implementación de la estrategia propuesta usando tres robots, cada uno de los cuales ejecuta tres procesos en paralelo (dentro de recuadros punteados), donde Exploración Principal es el encargado de administrar cada uno de los comportamientos del robot (navegar, generar ofertas y planificar trayectorias). Comunicación se encarga de enviar y recibir información de los otros miembros del equipo. Y Generador de Mapa, es el encargado de integrar, en una sola representación, los datos

recogidos por los sensores embarcados y la información recibida desde los otros miembros del equipo.

La SBX-R es eficiente y robusta, ya que evita explorar espacios ya explorados y minimiza los viajes innecesarios. Asimismo, al ser una estrategia descentralizada se eliminan los puntos únicos de falla: por la manera en que se realiza la coordinación, los robots pueden entrar y salir del proceso de ofertas sin comprometer el proceso de exploración final.

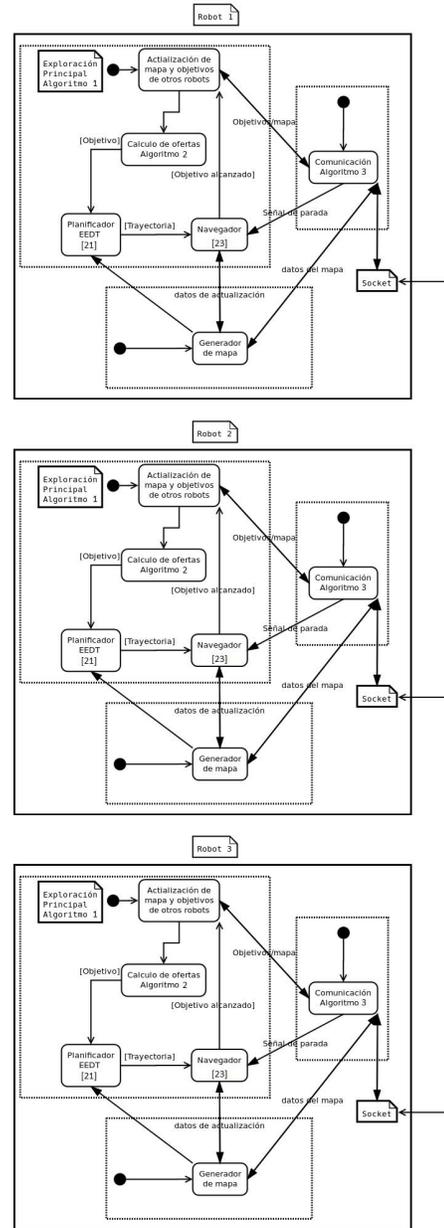


Figura 2. Ejemplo de SBX-R usando 3 robots. Cada región dentro de un recuadro punteado representa procesos independientes ejecutándose en paralelo.

### A. Cálculo de las ofertas

La oferta para cada robot es una función de tres diferentes parámetros: un parámetro de explotación, un parámetro de exploración y un parámetro de cohesión. Los parámetros son definidos de la manera siguiente:

- Explotación: Incluye la distancia  $\rho_k$  desde la posición actual del robot  $r_k$  hasta su objetivo asignado, y la

distancia  $\alpha_k^i$  desde el objetivo hasta la frontera considerada  $f_i$  ( $f_i$  indica la frontera  $i$ -ésima). El parámetro de explotación es la suma de las dos distancias  $\rho_k + \alpha_k^i$ , y representa la distancia que el robot tendrá que recorrer para cumplir su objetivo actual y alcanzar después la frontera  $f_i$ . Con este parámetro se logra dar prioridad a las fronteras cercanas al robot, pues las fronteras lejanas tendrán un costo mayor.

- Exploración: Este parámetro representa la distancia promedio de la frontera considerada  $f_i$  a la posición actual de los demás miembros del equipo, incluyendo sus objetivos actuales, de la siguiente manera  $\sum_{j=1, j \neq k}^r (\rho_j + \alpha_j^i) / (r - 1)$ . Este valor modela el costo promedio que le tomaría a otro miembro del equipo alcanzar la frontera considerada. Para lograr la dispersión de los robots, se debe de dar prioridad a las fronteras que serían más costosas, en promedio, a cualquier otro miembro del equipo.
- Cohesión: La oferta que un robot  $\rho_k$  hace por una frontera  $f_i$  resulta penalizada si, para alcanzarla, el robot se ve forzado a romper el puente de comunicación con el resto del equipo. Como los robots sólo se comunican entre sí cuando alcanzan sus objetivos  $g(\cdot)$  para solicitar la información necesaria para sus respectivos procesos de subasta, consideramos que el puente de comunicación no se rompe si la trayectoria  $\gamma(k, f_i)$  que debe seguir el robot  $r_k$  para alcanzar la nueva frontera  $f_i$  queda en todo momento dentro del radio  $\varphi$  de un círculo posicionado en el centro de al menos uno de los objetivos de los demás miembros del equipo  $\exists g(\cdot) \mid distancia(g(\cdot), \gamma(k, f_i)) < 0.9\varphi$ , donde  $\varphi$  es una función adaptativa del rango de comunicación  $\beta$ . Evidentemente, si sólo hay un robot activo ( $n = 1$ ), la penalización no aplica.

Un esquema del cálculo de oferta se muestra en la Fig. 3, donde, también se aprecia cada uno de los parámetros incluidos en la propuesta SBX-R (explotación, exploración y cohesión). Igualmente se muestran las variables al ofertar para la frontera  $f_5$ . Este proceso se repite para cada frontera excluyendo las que se encuentren fuera del diámetro de radio  $\varphi$ .

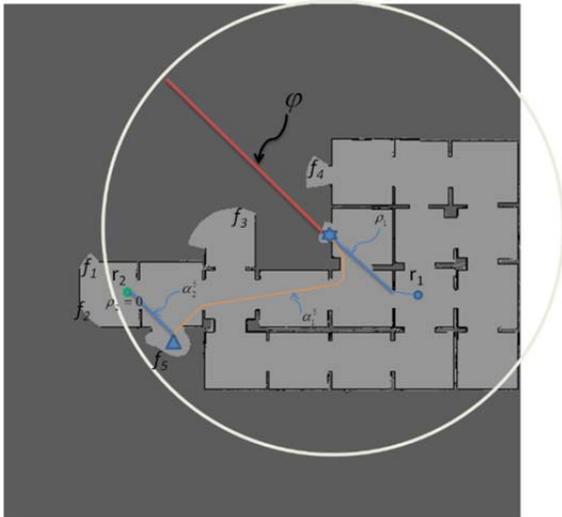


Figura 3. Ejemplo de los parámetros usados en la propuesta SBX-R usando 2 robots y en la cual el robot  $r_2$  calcula las ofertas para la frontera  $f_5$ . Explotación  $\rho_2 + \alpha_2^5$ , exploración  $\rho_1 + \alpha_1^5$  y cohesión  $\varphi$ .

La oferta del robot  $r_k$  hacia la frontera  $f_i$ , denotada como  $b_k^i$ , se compone entonces por el costo para el robot para alcanzar la frontera considerada, menos el costo promedio para los otros robots, penalizada por la función de cohesión. La expresión se muestra en la Ecuación 1,

$$b_k^i = \begin{cases} (\rho_k + \alpha_k^i) - \frac{\sum_{j=1, j \neq k}^r (\rho_j + \alpha_j^i)}{r-1} & \exists g(\cdot) \mid dist(g(\cdot), \gamma(k_i)) < \varphi \\ \infty & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (1)$$

Donde  $\varphi$  está en función del rango de comunicación  $\beta$ , en una primera instancia  $\varphi = 0.9\beta$  permitiendo incrementar el valor de  $\varphi$  cuando no existan fronteras dentro del rango de comunicación del robot, con la finalidad de posibilitar al robot el seleccionar objetivos más allá del alcance de la comunicación de los otros robots, lo cual permite el éxito de la exploración.

Tal y como puede apreciarse, todos los parámetros de la función de utilidad de la auto-oferta están basados en el cálculo de distancias precisas entre distintos puntos en cada mapa local. Si bien estas distancias pueden fácilmente calcularse por medio de un algoritmo clásico de frente de onda, es evidente que la precisión de los costos es tributaria de la precisión proporcionada por dicho algoritmo. Por esta razón, para el cálculo de las distancias de trayecto en el espacio libre y para obtener la planificación de desplazamientos requerida, se emplea el algoritmo EEDT propuesto en [21].

Como se explicará con mayor detalle en la sección III.B, sólo el robot que necesita un nuevo objetivo realiza el proceso de ofertas. Durante este proceso el robot solicita la información a los otros miembros del equipo (mapas individuales y objetivos actuales). Basado en esta información, el robot estima las ofertas que harían los demás miembros del equipo, calcula las suyas y realiza un emparejamiento de mínimo costo para seleccionar su nuevo objetivo, buscando el mejor aporte para el equipo, pero sin interferir con las decisiones de los otros miembros del equipo.

Las ofertas estimadas por el robot pueden ser vistas como los pesos de un grafo bipartita completo ponderado, con lo cual el problema de selección de la frontera para el robot considerado puede definirse como: Dado un grafo bipartita ponderado  $G = (R \cup F, R \times F)$ , donde el conjunto  $R$  representa robots, el conjunto  $F$  representa las fronteras disponibles y  $b_r^f \mid r \in R, f \in F$  son los pesos de las aristas, encontrar un emparejamiento  $M$  de  $R$  a  $F$  con el mínimo peso. En general, los conjuntos  $R$  y  $F$  no son del mismo tamaño, por lo cual necesitamos añadir fronteras virtuales o robots virtuales en el grafo, hasta obtener dos conjuntos  $R$  y  $F$  del mismo tamaño  $h$ , definido como  $R = \{r_1, r_2, \dots, r_h\}$  y  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_h\}$ , con un valor muy grande sobre las aristas virtuales que completan el nuevo grafo bipartita. Matemáticamente, el problema puede definirse como: dada una matriz  $B$  de dimensión  $h \times h$ , encontrar una permutación  $\tau$  de  $\{1, 2, 3, \dots, h\}$  tal que la suma de los pesos  $B(i, \tau(i))$  es mínima, llamado *emparejamiento óptimo*. En el caso de la SBX-R, el emparejamiento óptimo de  $R$  a  $F$  se obtiene aplicando el método Húngaro [22].

### B. Algoritmos desarrollados

En la SBX-R, cada robot ejecuta el mecanismo de ofertas de la siguiente manera: Cuando el robot ha alcanzado su objetivo, solicita los mapas y los objetivos a los otros robots

mediante el proceso de comunicación (Algoritmo 3). Con esta información, el robot actualiza su mapa en el proceso Generador de mapa, establece las fronteras candidatas a exploración en el proceso cálculo de ofertas (Algoritmo 2), calcula la tabla de ofertas  $b_k^f$  y resuelve el problema de emparejamiento óptimo usando el método Húngaro [22], con lo cual el robot selecciona el objetivo que más beneficia a la exploración. El robot transmite el nuevo objetivo a los otros miembros del equipo (que se encuentran dentro de su rango de comunicación) mediante el proceso de comunicación, para poder ser notificado en el caso de que algún otro robot descubra dicho objetivo antes. Una vez seleccionado el objetivo se planifica su trayectoria con el Planificador EEDT [21] para después dirigirse hacia la frontera seleccionada mediante el proceso Navegador (Smooth Nearness Diagram Navigation) [23]. Si durante su desplazamiento el robot recibe una señal de parada, significa que la frontera ha sido explorada o seleccionada recientemente por otro miembro del equipo, entonces el robot se detiene e inicia un nuevo proceso de ofertas. El procedimiento principal se resume en el Algoritmo 1.

---

**Entrada:** Mapa  $m$  inexplorado  
**Salida:** Mapa  $m$  con  $F = \emptyset$   
 Inicia generador de mapa  
 Envía Mi Objetivo  $g$   
**repite**  
 $\forall j \in R$  solicita los mapas  $m_j$   
 Actualiza el mapa  $m$   
 $\forall j \in R$  solicita los objetivos  $g_j$   
 $\forall j \in R$  solicita las distancias  $\alpha_j$  de los otros robots  
 Calcula las ofertas (Algoritmo 2)  
 Envía el objetivo seleccionado  $g$   
**repite**  
 Se dirige hacia el objetivo  $g$   
**si** el objetivo  $g_j$  de otro robot  $j$  no es una frontera  
**entonces**  
 Envía una señal de parada al robot  $j$   
**fin si**  
**hasta** alcanzar el objetivo **OR** recibir una señal de parada  
**hasta** mapa completo ( $F = \emptyset$ )  
 Envía señal de parada a los otros miembros del equipo

---

Algoritmo 1. Exploración Principal.

El proceso para el cálculo de la tabla de ofertas  $b_k^i$  se describe en el Algoritmo 2. A partir del mapa actualizado, se detectan las celdas correspondientes a las fronteras inexploradas y se agrupan para ser consideradas como una única frontera  $f_i$  al centro de dicho grupo. De este conjunto de fronteras, solamente son consideradas, para el cálculo de ofertas, las fronteras que se encuentren a una distancia menor que  $\varphi$  (parámetro en función del rango de comunicación) de los otros robots; sin embargo, si todas las fronteras se encuentran a una distancia euclidiana mayor a la del parámetro  $\varphi$ , es necesario incrementar el valor de dicha variable ( $\varphi$ ) con la finalidad de integrar al proceso de ofertas al menos una frontera.

Finalmente, se utiliza el método Húngaro [22] para la selección de la frontera. Si al robot se le asigna una frontera virtual (i.e. no existe una frontera que se le pueda asignar al

robot y que beneficie a la exploración), entonces el robot selecciona la frontera más cercana como su objetivo. Es importante resaltar que dos o más robots pueden seleccionar la misma frontera como objetivo inmediato, con la finalidad de mantener el puente de comunicación.

---

**Entrada:** robots  $R$ , fronteras  $F$ ,  $\forall j \in R$  el objetivo  $g_j$  y distancia hacia su objetivo  $\alpha_j$   
**Salida:** objetivo  $g$   
 $j = 0.9$   
**repite**  
 $\varphi = \beta \times j$   
 Actualiza las ofertas (Ecuación 1)  
 $j = j + 0.5$   
**hasta**  $\exists b_k^f \neq \infty$  o  $\varphi > \text{dist. máxima}$ ;  $k = \text{robot actual}$   
 Encuentra una permutación  $\tau$  de  $R$  a  $F$  de emparejamiento óptimo  
 Asigna un objetivo  $g$  al robot actual  $k$   
**si** el objetivo es asignado a una frontera real **entonces**  
 Selecciona la frontera como objetivo  $g$   
**sino**  
 Selecciona la frontera más cercana como objetivo  $g$   
**fin si**

---

Algoritmo 2. Cálculo de la tabla de ofertas  $b_k^f$ .

Paralelo al Algoritmo 1 se ejecuta el proceso de comunicación (Algoritmo 3), el cual es responsable de recibir la información de mapas y objetivos de los otros robots, así como atender las solicitudes de información de los otros miembros del equipo.

---

**repite**  
**según** dato recibido **hacer**  
**caso** solicitud de objetivos  
 Envía mi objetivo  $g$  y el objetivo  $g_j$  conocido de los otros robot  
**caso** recibe objetivo  
 actualiza los objetivos de los otros robot  
**caso** solicitud de mapa  
 envía mapa  
**caso** recibe mapa  
 actualiza mapa  
**caso** señal de parada  
 pon la señal de parada en verdadero

---

Algoritmo 3. Comunicación.

## IV. RESULTADOS

En esta sección evaluamos el desempeño de la propuesta SBX-R. El simulador usado para realizar las pruebas es el ambiente Player/Stage [24], el cual modela las interferencias entre los robots y las propiedades físicas de sensores y actuadores. Para realizar los experimentos, usamos los modelos de los robots comerciales Pioneer 2-DX, equipados con sensores láser de espejo giratorio, con 360 grados de visión y un alcance de lectura de 4 metros, que son ejemplos típicos de robots y sensores encontrados en las aplicaciones reales.

Un ejemplo del medio ambiente a explorar se muestra en la Fig. 4. El equipo de robots es simulado por programas idénticos, uno por robot, ejecutándose de forma paralela (el simulador permite incluso que los programas se ejecuten en computadoras diferentes, conectadas en red). Para validar el

algoritmo de exploración SBX-R, se llevaron a cabo experimentos en los cuales se varió la cantidad de robots del equipo (de 1 a 5 robots) y el rango de comunicación (15, 20 y 30 metros). Se comparó la SBX-R con el enfoque reportado por Yamauchi [11], en el cual cada robot selecciona el área inexplorada más cercana, y con la propuesta de Stachniss [4], en la cual el líder asigna los objetivos tratando de maximizar la utilidad a la vez que minimiza la distancia recorrida. Cabe destacar que los tres enfoques son similares para un solo robot por lo que para un robot se realizaron las pruebas con el enfoque de Yamauchi.

Para cada caso de estudio se efectuaron 31 pruebas. Para evaluar la cohesión del equipo se empleó el tiempo durante el cual alguno de los robots se mantuvo aislado del equipo (tiempo total fuera del rango de comunicación), el tiempo máximo que algún robot se aisló del equipo (tiempo máximo fuera del rango de comunicación) y la distancia euclidiana máxima que el robot aislado se alejó del resto del equipo (máxima distancia euclidiana fuera del rango de comunicación).

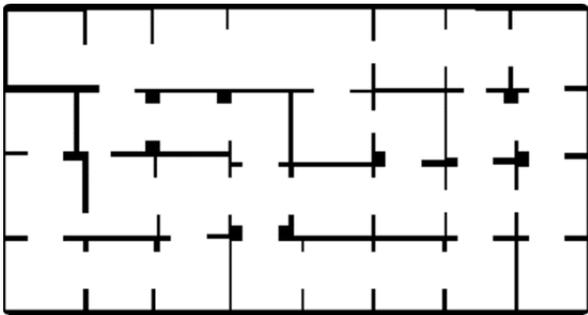


Figura 4. Mapa usado para la simulación (50 × 25 metros).

Los resultados de estos experimentos se muestran en gráficas de caja y bigote, en las cuales mostramos la medida más pequeña (bigote inferior), el cuartil inferior (parte baja de la caja), la mediana (línea dentro de la caja), el cuartil superior (parte superior de la caja) y la medida más grande registrada (bigote superior). También se muestran dichos resultados en tablas las cuales contienen la mediana y un análisis de significancia estadística, que compara la propuesta SBX-R con el enfoque correspondiente. Y en la cual cada celda es marcada como + si los resultados obtenidos al usar la propuesta SBX-R son significativamente mejores, un - si los resultados obtenidos son significativamente peores o se deja la celda en blanco si no hay una diferencia significativa.

En la Fig. 5 y la Tabla I se pueden apreciar las estadísticas para el tiempo total fuera del rango de comunicación, que es indicativo del tiempo total que la red de comunicación entre los robots se mantuvo rota. Es importante resaltar que si un robot se avería durante el tiempo que permanece aislado, toda la información nueva que haya podido recolectar sobre el ambiente se habrá perdido, pues ningún otro miembro del equipo posee dicha información.

Los tiempos totales fuera del rango de comunicación son mayores usando la propuesta de Stachniss con un rango de comunicación de 15, 20 y 30 metros, ya que bajo el esquema de Stachniss los robots tienden a distribuirse sobre el medio ambiente. Con el algoritmo de Yamauchi usando 2 y 3 robots el tiempo total fuera del rango de comunicación es menor que

los tiempos obtenidos por la propuesta de Stachniss, pero usando cuatro y cinco robots con la propuesta de Yamauchi, los tiempos son similares a los tiempos obtenidos por la propuesta de Stachniss.

Usando la SBX-R con un rango de comunicación de 15 metros, el tiempo total fuera del rango de comunicación es menor que usando la propuesta de Yamauchi o la propuesta de Stachniss, este comportamiento se mantiene para 20 y 30 metros de rango de comunicación. Además, en la Tabla I se puede ver que la propuesta SBX-R es mejor significativamente en la mayoría de las instancias mientras que en la restante no hay diferencia significativa, esto sucede comparado tanto con el esquema de Yamauchi como con el esquema de Stachniss. Con esto se demuestra que la SBX-R logra mantener la cohesión del equipo con lo cual se intenta minimizar el aislamiento de alguno de los miembros del equipo. Si alguno de los robots se avería, poca o ninguna información se habrá perdido.

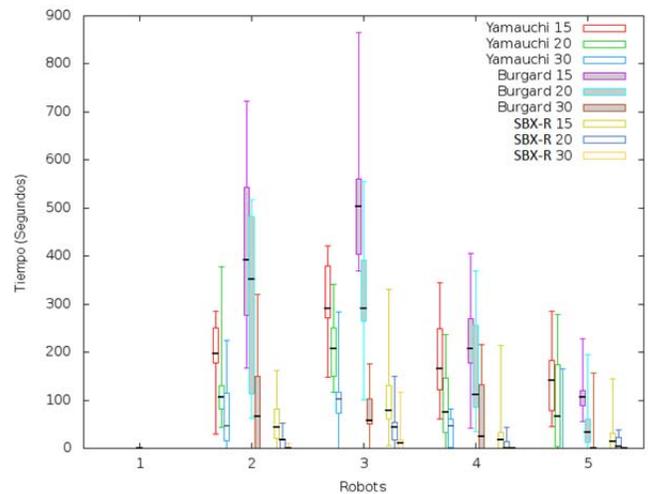


Figura 5. Tiempo total fuera del rango de comunicación.

TABLA I. TIEMPO TOTAL FUERA DEL RANGO DE COMUNICACIÓN (SEGUNDOS).

Propuesta	Rango de comunicación	Robots			
		2	3	4	5
Yamauchi	15 m	201.10 <sup>+</sup>	290.90 <sup>+</sup>	166.00 <sup>+</sup>	141.05
	20 m	106.55 <sup>+</sup>	207.20 <sup>+</sup>	75.10 <sup>+</sup>	65.55
	30 m	47.70	101.90 <sup>+</sup>	47.00 <sup>+</sup>	0.00
Stachniss	15 m	391.40 <sup>+</sup>	503.10 <sup>+</sup>	207.00 <sup>+</sup>	105.40
	20 m	351.40 <sup>+</sup>	289.50 <sup>+</sup>	111.60 <sup>+</sup>	32.60
	30 m	66.50 <sup>+</sup>	57.00 <sup>+</sup>	24.65 <sup>+</sup>	0.00
SBX-R	15 m	43.20	77.70	16.90	14.70
	20 m	17.90	44.00	0.00	3.45
	30 m	0.00	11.20	0.00	0.00

A continuación, se analiza el tiempo máximo en que algún robot permaneció aislado, esto es, el tiempo durante el cual el mapa individual del robot aislado no integró información recabada por los otros miembros del equipo y que a su vez los otros robots no integraron la información recabada por el miembro aislado. La Fig. 6 y la Tabla II muestran el tiempo máximo durante el cual algún robot se aisló de los otros miembros del equipo.

De la Fig. 6 y de la Tabla II se observa que en la propuesta SBX-R, el tiempo máximo de aislamiento es menor significativamente en 11 de 12 instancias de prueba

comparado tanto con el esquema de Yamauchi como con el de Stachniss. Por otra parte, el esquema de Yamauchi y la propuesta de Stachniss no tratan de mantener al robot dentro del rango de comunicación de los otros robots, pudiendo así mantener a algún robot fuera del rango de comunicación de los otros por intervalos grandes.

También se puede observar que el tiempo máximo fuera del rango de comunicación con el algoritmo de Yamauchi y con la propuesta de Stachniss, son mayores que con la propuesta SBX-R y en consecuencia el riesgo de perder información en caso de que algún robot falle cuando se encuentre aislado es mayor, provocando así que la información obtenida durante el aislamiento se pierda debido a que no se ha podido compartir.

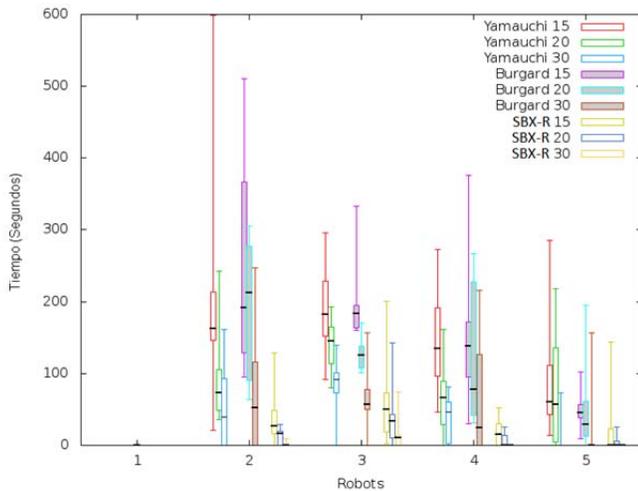


Figura 6. Tiempo máximo de aislamiento de algún robot (segundos).

TABLA II. TIEMPO MÁXIMO DE AISLAMIENTO (SEGUNDOS).

Propuesta	Rango de comunicación	Robots			
		2	3	4	5
Yamauchi	15 m	162.60 <sup>+</sup>	181.90 <sup>+</sup>	135.00 <sup>+</sup>	60.65 <sup>+</sup>
	20 m	72.80 <sup>+</sup>	145.55 <sup>+</sup>	66.00 <sup>+</sup>	56.40 <sup>+</sup>
	30 m	39.10 <sup>+</sup>	91.65 <sup>+</sup>	47.00 <sup>+</sup>	0.00
Stachniss	15 m	191.80 <sup>+</sup>	184.00 <sup>+</sup>	137.80 <sup>+</sup>	45.30 <sup>+</sup>
	20 m	212.70 <sup>+</sup>	125.10 <sup>+</sup>	77.65 <sup>+</sup>	29.20 <sup>+</sup>
	30 m	52.30 <sup>+</sup>	57.00 <sup>+</sup>	24.65 <sup>+</sup>	0.00
SBX-R	15 m	26.40	50.30	14.70	0.35
	20 m	16.15	33.95	0.00	1.45
	30 m	0.00	10.10	0.00	0.00

Otra forma de analizar la cohesión del equipo, es estudiando la distancia euclidiana máxima más allá del rango de comunicación a la que se encuentra algún robot aislado, es decir, cuando un robot se aísla, qué tanto se aleja del resto del equipo. En la Fig. 7 y la Tabla III es posible ver que en la propuesta SBX-R, el robot aislado viaja una distancia más corta fuera del rango de comunicación que con el esquema propuesto por Yamauchi y que con el algoritmo de Stachniss, pues en 12 de 13 instancias esta diferencia es significativa a favor de la propuesta SBX-R. Esta situación demuestra que al usar el esquema SBX-R se trata de mantener la cohesión del equipo evitando que los robots se dispersen más allá del rango de comunicación permitido.

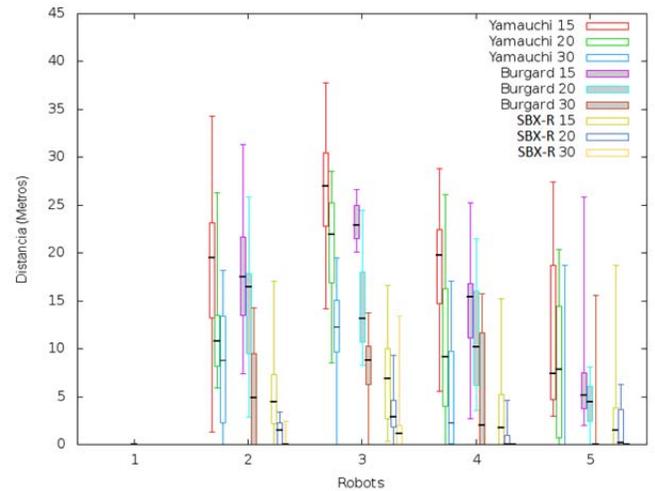


Figura 7. Distancia euclidiana máxima fuera del rango de comunicación.

TABLA III. DISTANCIA EUCLIDIANA MÁXIMA FUERA DEL RANGO DE COMUNICACIÓN.

Propuesta	Rango de comunicación	Robots			
		2	3	4	5
Yamauchi	15 m	19.478 <sup>+</sup>	26.997 <sup>+</sup>	19.725 <sup>+</sup>	7.410 <sup>+</sup>
	20 m	10.794 <sup>+</sup>	21.946 <sup>+</sup>	9.138 <sup>+</sup>	7.828 <sup>+</sup>
	30 m	8.830 <sup>+</sup>	12.310 <sup>+</sup>	2.284 <sup>+</sup>	0.000
Stachniss	15 m	17.499 <sup>+</sup>	2.881 <sup>+</sup>	15.408 <sup>+</sup>	5.117 <sup>+</sup>
	20 m	16.423 <sup>+</sup>	13.122 <sup>+</sup>	10.207 <sup>+</sup>	4.421 <sup>+</sup>
	30 m	4.903 <sup>+</sup>	8.800 <sup>+</sup>	2.028 <sup>+</sup>	0.000
SBX-R	15 m	4.455	6.841	1.776	1.481
	20 m	1.514	2.846	0.000	0.154
	30 m	0.000	1.105	0.000	0.000

Para evaluar el comportamiento durante la exploración se analiza el tiempo total requerido para completar la tarea. En la Fig. 8 y en la Tabla IV se muestra el tiempo total necesario para completar la exploración y en las cuales se puede ver que para un equipo de 2 robots y un rango de comunicación de 15 metros, la SBX-R toma más tiempo para completar la exploración, de acuerdo al análisis estadístico este tiempo es mayor significativamente que al usar el algoritmo de Yamauchi y no hay diferencia significativa comparado con el esquema de Stachniss. La propuesta SBX-R arroja estos resultados debido a que los robots tratan de mantenerse dentro del rango de comunicación del otro, con lo cual los robots tienden a permanecer juntos durante la exploración y no se dispersan adecuadamente en el medio ambiente. Por otra parte, dado que en la propuesta de Yamauchi y en el esquema de Stachniss los robots no tratan de mantenerse dentro del rango de comunicación entre ellos, pueden separarse lo suficiente como para explorar áreas completamente distintas y acelerar el proceso de exploración. Sin embargo, como se mostró en las estadísticas anteriores, ambas estrategias rompen los vínculos de comunicación por mucho tiempo, lo que puede ser una desventaja en caso de falla de alguno de los dos robots.

Es importante resaltar que en la SBX-R, cuando el equipo de robots es más numeroso y/o cuenta con un mejor rango de comunicación, logra dispersar a los robots de manera más eficiente en el medio ambiente, comparada con las otras dos estrategias. Así, para un equipo de 3 robots y un rango de comunicación de 15 metros, la SBX-R, el esquema de Yamauchi y la propuesta de Stachniss proporcionan tiempos

similares, es decir, no hay diferencia significativa, mientras que la SBX-R con un rango de comunicación de 20 metros y de 30 metros arroja resultados significativamente mejores que los obtenidos con el esquema de Yamauchi y que con la propuesta de Stachniss.

Mejor aún, para un equipo de 4 robots y rangos de comunicación de 15 metros, 20 metros y 30 metros, los tiempos de exploración usando la SBX-R son menores que los tiempos obtenidos con la propuesta de Yamauchi. Por otra parte, comparado con el esquema de Stachniss, la SBX-R arroja mejores resultados con un rango de comunicación de 20 metros y de 30 metros mientras que con un rango de comunicación de 15 metros no hay diferencia significativa.

Finalmente, para un equipo de 5 robots y un rango de comunicación de 15 metros y de 20 metros no hay diferencia significativa entre la SBX-R y la propuesta de Yamauchi, por otro lado para un rango de comunicación de 15 metros la propuesta de Stachniss arroja mejores resultados que la SBX-R, sin embargo para un rango de comunicación de 20 metros no hay diferencia significativa y por último para un rango de comunicación de 30 metros el esquema SBX-R arroja mejores resultados que el esquema de Yamauchi y el de Stachniss. En resumen, al comparar la SBX-R con la propuesta de Yamauchi el tiempo de exploración se reduce significativamente en 6 de 12 casos y aumenta en una de estas instancias mientras que para las 6 restantes no hay diferencias significativas, además al comparar la SBX-R con el algoritmo de Stachniss se puede determinar que la SBX-R mejora en 7 de 12 instancias, aumenta el tiempo en una instancia y en las restantes no hay cambios significativos.

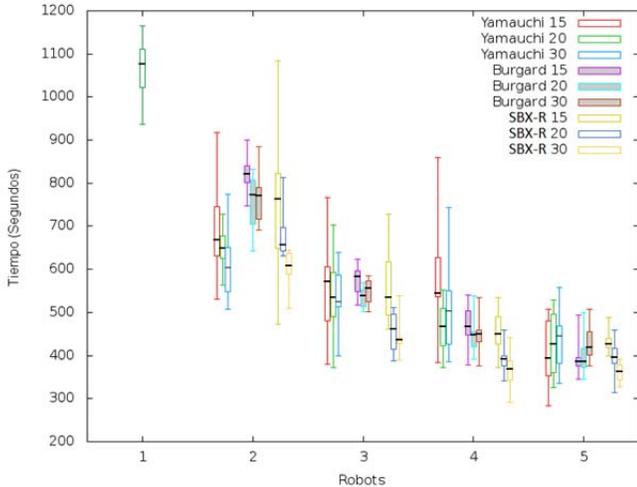


Figura 8. Tiempo total necesario para completar la exploración.

TABLA IV. MEDIANA DEL TIEMPO TOTAL NECESARIO PARA COMPLETAR LA EXPLORACIÓN.

Propuesta	Rango de comunicación	Robots			
		2	3	4	5
Yamauchi	15 m	668 <sup>*</sup>	572.1	544.1 <sup>+</sup>	393.5
	20 m	648.3	534.65 <sup>+</sup>	466.15 <sup>+</sup>	426.35
	30 m	604.6	525.5 <sup>+</sup>	504.5 <sup>+</sup>	445.3 <sup>+</sup>
Stachniss	15 m	820.9	582.2	467.45	386.4 <sup>*</sup>
	20 m	773.05 <sup>+</sup>	539.35 <sup>+</sup>	447.15 <sup>+</sup>	384.95
	30 m	769.9 <sup>*</sup>	555.05 <sup>+</sup>	450 <sup>*</sup>	419.5 <sup>*</sup>
SBX-R	15 m	762.25	535.3	449.6	426.55
	20 m	655.75	462.05	391.8	395.5
	30 m	608.8	435.9	368.2	363.4

En la Fig. 9 y en la Tabla V se compara la distancia total recorrida por el equipo de robots, necesaria para completar la exploración. Es posible identificar este parámetro con la energía necesaria para completar la misión. Si la distancia total recorrida se mantiene constante, independientemente del número de robots, indica que la exploración se realiza de manera eficiente, pues no hay redundancia en cubrir sitios que ya han sido explorados previamente.

En estas estadísticas se puede apreciar el mismo fenómeno que para el tiempo total requerido para la exploración: cuando se utiliza la SBX-R con pocos robots o con un rango de comunicación muy corto, el desempeño en distancia recorrida se ve muy afectado, reflejando el costo de mantener la cohesión del equipo de robots. Sin embargo, al contar con más robots o con un rango de comunicación mayor, la propuesta SBX-R logra distribuir eficientemente los robots en el medio ambiente, logrando mejores resultados que las propuestas de Yamauchi y de Stachniss.

Así por ejemplo, es posible ver que la SBX-R comparada con el algoritmo de Yamauchi para un equipo de 2 robots con un rango de comunicación de 15 metros y de 30 metros no hay diferencia significativa, para un rango de comunicación de 20 metros usando la SBX-R se obtienen distancias mayores, sin embargo al incrementar la cantidad de robots las diferencias se obtienen siempre a favor de SBX-R o en su caso no hay diferencias significativas, en concreto, en 6 de 12 instancias la SBX-R arrojan mejores resultados, en una instancia se obtienen resultados más pobres y en el resto no hay diferencias significativas.

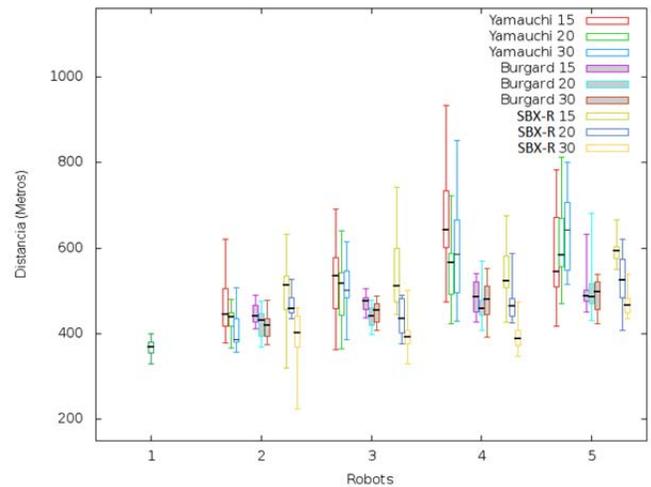


Figura 9. Distancia total recorrida por el equipo de robot.

TABLA V. DISTANCIA TOTAL RECORRIDA POR EL EQUIPO DE ROBOT.

Propuesta	Rango de comunicación	Robots			
		2	3	4	5
Yamauchi	15 m	445.03	534.86	642.52 <sup>+</sup>	544.81
	20 m	438.22 <sup>*</sup>	517.30	566.63 <sup>+</sup>	583.50 <sup>+</sup>
	30 m	385.48	501.63 <sup>+</sup>	584.82 <sup>+</sup>	643.11 <sup>+</sup>
Stachniss	15 m	440.81 <sup>*</sup>	476.46 <sup>*</sup>	486.54 <sup>*</sup>	487.20 <sup>*</sup>
	20 m	430.83 <sup>*</sup>	440.94	458.38	485.49
	30 m	419.30	455.45 <sup>+</sup>	479.60 <sup>+</sup>	497.29
SBX-R	15 m	512.78	512.22	523.49	592.76
	20 m	459.24	435.25	464.05	525.48
	30 m	402.19	391.33	387.56	466.43

En comparación con el algoritmo propuesto por Stachniss, para un equipo de 2 robots y un rango de comunicación de 15 metros y 20 metros la SBX-R proporcionan resultados más pobres, mientras que con un rango de comunicación de 30 metros no hay diferencia significativa. Para un equipo de 3 robots con un rango de comunicación de 15 metros usando la SBX-R se obtienen mayores distancias, para un rango de comunicación de 20 metros no hay diferencia significativa y para un rango de comunicación de 30 metros la SBX-R arroja mejores resultados, para un equipo de 4 y 5 robots con un rango de comunicación de 15 metros al usar el algoritmo de Stachniss se obtienen mejores resultados, si se aumenta este rango de comunicación a 20 metros no hay diferencias significativas y en el caso de 4 robots con un rango de comunicación de 30 metros el usar la SBX-R proporciona mejores resultados. En resumen, en 2 de las 12 instancias la SBX-R proporcionan mejores, en 5 de estas instancias se obtienen distancias mayores y en el resto no hay diferencia significativa. Como se puede observar de los resultados estadísticos, al tener un alcance en la comunicación menor se obtienen distancias mayores, esto se debe a que en la SBX-R los robots tienden a estar cerca entre sí para evitar los cortes en la comunicación, con lo cual se incrementa la redundancia durante la exploración.

Para apreciar cómo los robots comparten la información utilizando las diferentes propuestas, en las Fig. 10-12, se compararan los mapas individuales de 3 robots usando el esquema de Yamauchi, la propuesta de Stachniss y la propuesta SBX-R. En cada figura se muestra el primer mapa tomado a los 2 segundos de iniciada la exploración, para permitir el primer intercambio de información, posteriormente se hace una toma a la mitad de la exploración y por último al final de la exploración.

En la Fig. 10 se pueden ver los mapas individuales de los robots usando la propuesta de Yamauchi. Como puede apreciarse, en el segundo 240 el mapa del robot 3 es muy diferente a los mapas de los robots 1 y 2, esto se debe a que en dicha propuesta no se toma en cuenta el rango de comunicación para la selección de sus objetivos, el robot 3 se desplaza fuera del rango de comunicación de los otros miembros del equipo, causando así que se rompan todos los posibles puentes de comunicación y consecuentemente que los mapas individuales contengan información no actualizada. Si el robot 3 se avería mientras se encuentra fuera del rango de comunicación, toda la información que ya había recolectado se habrá perdido.

En la Fig. 11 se pueden ver los mapas individuales obtenidos con el esquema de Stachniss. Como puede apreciarse, los tres robots poseen básicamente mapas distintos. En este caso los robots se coordinan y tratan de maximizar la utilidad lo cual implica que los robots tienden a dispersarse eficientemente en el área a explorar pero, ya que en esta propuesta no se trata de mantener dentro del rango de comunicación a los robots, estos tienden a aislarse y consecuentemente, los mapas individuales contienen datos no actualizados. La pérdida de cualquiera de los robots involucra una pérdida importante de información sobre la exploración.

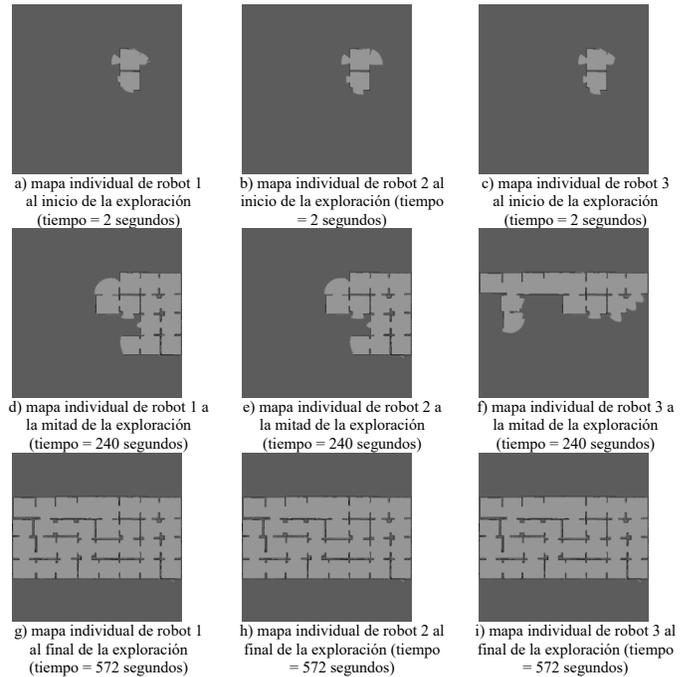


Figura 10. Mapas locales usando la propuesta de Yamauchi (15 metros de rango de comunicación).

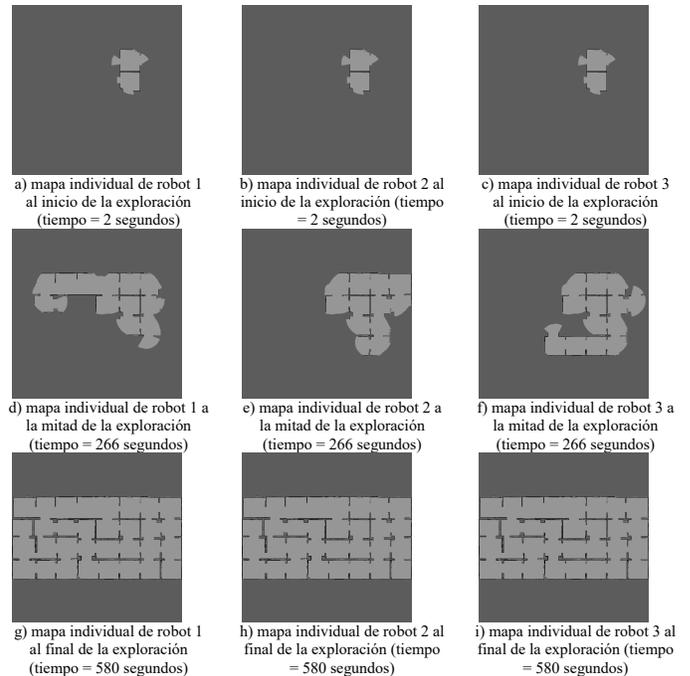


Figura 11. Mapas locales usando la propuesta de Stachniss (15 metros de rango de comunicación).

La Fig. 12 muestra los mapas de 3 robots usando la SBX-R. El comportamiento de cohesión de los miembros del equipo durante todo el proceso de exploración garantiza que los robots comparten toda la información recolectada con al menos un miembro del equipo en todo momento, manteniendo la conectividad de la red de comunicación. En consecuencia, los mapas individuales de cada robot son muy similares entre sí, y la pérdida de alguno de los robots no involucra una pérdida de información de exploración.

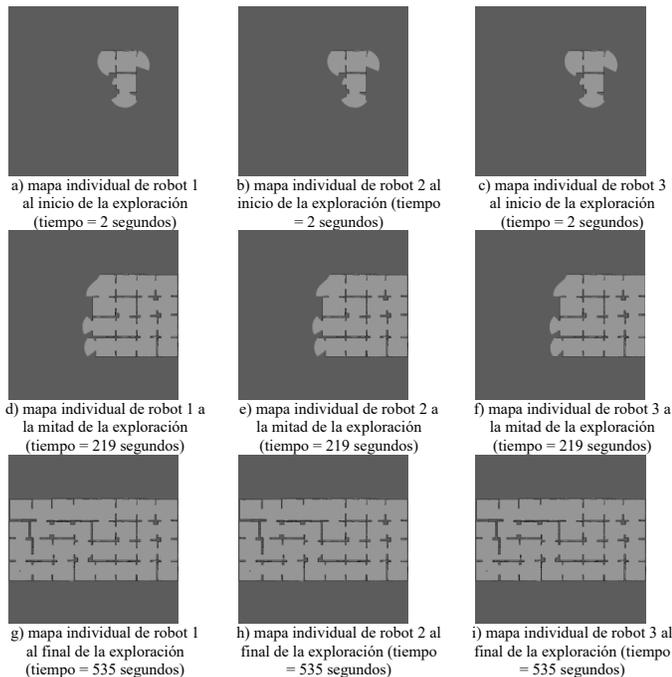


Figura 12. Mapas locales usando SBX-R (15 metros de rango de comunicación).

De las Fig. 10-12, es posible ver que con la SBX-R realmente se logra mantener a los robots dentro del rango de comunicación de forma más eficiente que la propuesta de Yamauchi y que la propuesta de Stachniss. Con esta estrategia, se logra que el intercambio de información pueda darse en un rango mayor de tiempo, por lo que cada robot posee un mapa actualizado con la información recientemente recolectada por los otros miembros del equipo.

Finalmente, para ejemplificar el tipo de trayectorias seguidas por los robots, se muestra la exploración con 3 robots y un rango de comunicación de 20 metros y 30 metros, usando el esquema de Yamauchi (Fig. 13), la propuesta de Stachniss (Fig. 14), y con SBX-R (Fig. 15).

En la propuesta de Yamauchi (Fig. 13) se puede ver que en ambos casos (rango de comunicación = 20 y rango de comunicación = 30) dos robots seleccionan objetivos muy similares, estorbándose continuamente durante la exploración, mientras que el tercer robot se separa demasiado de los otros miembros del equipo, con lo cual este tercer robot puede quedar aislado.

En la Fig. 14 se muestra el comportamiento usando la propuesta de Stachniss, donde se aprecia que los robots generan trayectorias que los dispersan en el ambiente. Sin embargo, esta estrategia tiene la tendencia a seleccionar sus objetivos en puntos muy cercanos a los obstáculos, lo que dificulta el trabajo al módulo de navegación del robot y vuelve lento el proceso de exploración. Por otra parte, la dispersión excesiva de los robots rompe rápidamente la red de comunicación.

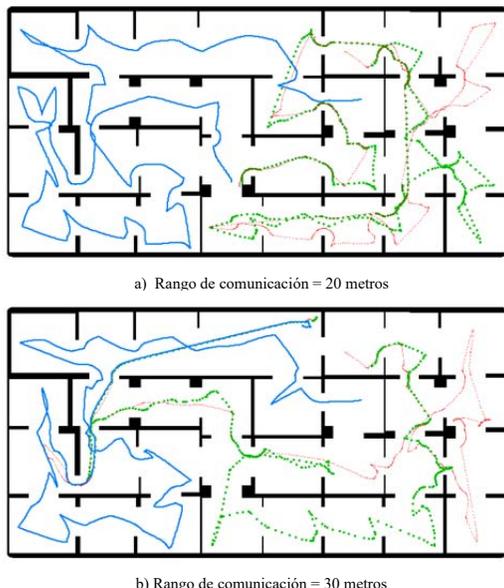


Figura 13. Exploración por un equipo de tres robots usando la propuesta de Yamauchi.

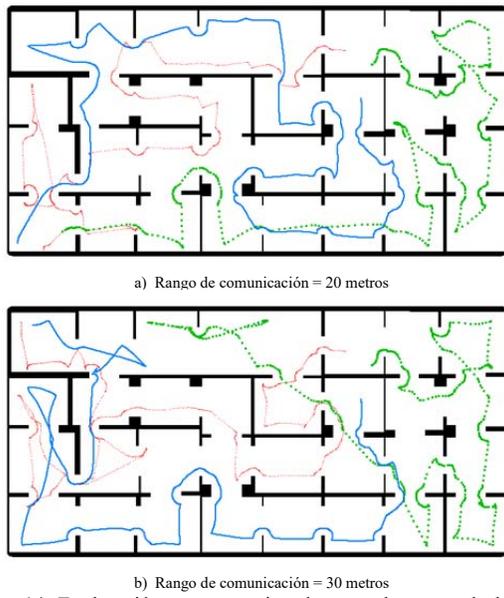
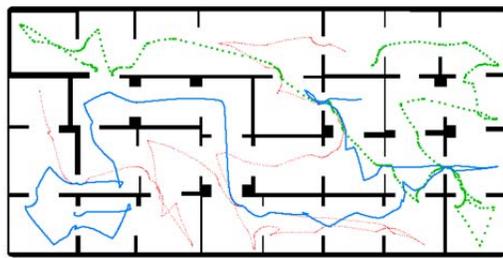
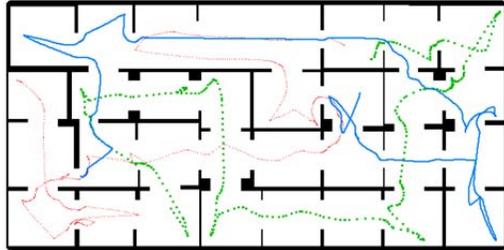


Figura 14. Exploración por un equipo de tres robots usando la propuesta de Stachniss.

En la Fig. 15 se muestran los trayectos resultantes usando la SBX-R. Se puede apreciar que los robots se dispersan en el ambiente, pero en algunos casos se ven obligados a regresar a zonas ya exploradas para lograr la cohesión del grupo de exploración. Es importante resaltar que el robot que decide regresar a una zona ya explorada, lo hace porque sus objetivos posibles actuales lo alejan del grupo de robots o porque no tiene objetivos que sean benéficos al estado actual de la exploración.



a) Rango de comunicación = 20 metros



b) Rango de comunicación = 30 metros

Figura 15. Exploración por un equipo de tres robots usando SBX-R.

## V. CONCLUSIONES

En este artículo se presenta el desarrollo y el desempeño de la SBX-R como estrategia de solución para el problema de exploración multi-robot bajo la restricción en el rango de la comunicación. Puesto que la estrategia SBX-R se basa en agentes independientes que buscan realizar el mejor aporte a una tarea en común, se ha propuesto una función de utilidad que permita al robot sacar ventaja de su posición actual (explotar su posición), que favorezca la dispersión de los robots (para explorar las zonas más alejadas de los demás miembros del equipo y evitar explorar zonas ya exploradas), pero que mantenga la cohesión del grupo y asegurar un intercambio eficiente de la información, pues de ello depende que el robot pueda analizar correctamente la situación actual de la exploración al momento de elegir un nuevo objetivo. Esta estrategia de exploración ofrece además robustez, al no depender de un módulo central para lograr la coordinación del equipo de robots. Es posible que un robot, por una avería total, resulte excluido del proceso de exploración sin comprometer el éxito de la misión del equipo. Igualmente, es posible incluir nuevos miembros al proceso de exploración cuando este último ya se encuentra muy avanzado, y los nuevos robots se integran sin ningún problema a la tarea, pues contarán rápidamente con una versión actual del estado de la exploración gracias a la cohesión de la red de comunicación. Se propone entonces una estrategia que es flexible y, al mismo tiempo, tolerante a fallos individuales de los robots. De los experimentos en simulación, se puede concluir que la propuesta SBX-R es una alternativa eficiente a los esquemas actualmente desarrollados por la comunidad científica en robótica móvil, para resolver el problema de exploración de medios ambientes desconocidos, que es uno de los problemas más importantes en el área.

## REFERENCIAS

[1] R. G. Simmons, D. Apfelbaum, W. Burgard, D. Fox, M. Moors, S. Thrun, and H. Younes, "Coordination for multi-robot exploration and mapping," In *AAAI / IAAI*, 2000, pages 852–858

[2] R. Zlot, A. Stentz, M. Dias, and S. Thayer, "Multi-robot exploration controlled by a market economy," In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2002, pages 3016-3023

[3] W. Burgard, M. Moors, C. Stachniss, and F. Schneider, "Coordinated multi-robot exploration," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2005, 21:376-386.

[4] C. Stachniss, *Robotic Mapping and Exploration. Springer Tracts in Advanced Robotics*, 2009, Vol 55.

[5] W. Sheng, Q. Yang, J. Tan, and N. Xi, "Distributed multi-robot coordination in area exploration. Robot," *Auton. Syst.*, 2006, 54(12):945-955.

[6] S. Albers, K. Kursawe, and S. Schuierer, "Exploring unknown environments with obstacles," In *SODA '99: Proceedings of the tenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms*, Philadelphia, PA, USA. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999, pages 842-843.

[7] G. Dudek, M. Jenkin, E. Milios, and D. Wilkes, "Robotic exploration as graph construction." *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 1991, pages 859-865.

[8] S. Thrun, "Learning metric-topological maps for indoor mobile robot navigation. *Artificial Intelligence*," 1998, 99(1):21-71.

[9] M. Juliá, A. Gil, O. Reinoso, "A comparison of path planning strategies for autonomous exploration and mapping of unknown environments," *Auton. Robot.* 2012, 33, 427–444.

[10] B. Yamauchi, "A frontier-based approach for autonomous exploration," In *CIRA '97: Proceedings of the 1997 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*, 1997, page 146.

[11] B. Yamauchi, "Decentralized coordination for multirobot exploration," *Robotics and Autonomous Systems*, 1999, 29(2-3):111-118.

[12] C. Stachniss, O. Martínez-Mozos, and W. Burgard. "Speeding-up multi-robot exploration by considering semantic place information," *Robotics and Automation. Proceedings 2006 IEEE International Conference on*, 2006, pages 1692-1697.

[13] M. Baglietto, M. Paolucci, L. Scardovi, R. Zoppi, "Information-based multi-agent exploration," In: *Proceedings of the Third International Workshop on Robot Motion and Control, RoMoCo 2002*, pp. 173–179.

[14] A.K. Poernomo and Huang Shell Ying, "New cost function for multi-robot exploration," *Control, Automation, Robotics and Vision, 2006. ICARCV '06. 9th International Conference on*, 2006, pages 1-6.

[15] J. C. Elizondo-Leal, G. Ramírez-Torres, and G. Toscano Pulido, "Multi-robot exploration and mapping using self biddings," *IBERAMIA*, vol 5290 of *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, 2008, pages 392-401.

[16] J. C. Elizondo-Leal, G. Ramírez-Torres, and G. Toscano Pulido, "Multi-robot exploration and mapping using self biddings and stop signals," *MICAI*, vol 5317 of *LNCS*, Springer, 2008, pages 615-625.

[17] J. de Hoog, S. Cameron, A. Visser, "Dynamic team hierarchies in communication-limited multi-robot exploration," *Safety Security and Rescue Robotics (SSRR)*, 2010, pp.1-7, 26-30.

[18] M. N. Rooper, A. Birk, "Multi-robot exploration under the constraints of wireless networking," *Control Engineering Practice*, 2007, 15(4):435-445.

[19] J. Vazquez and C. Malcolm, "Distributed multirobot exploration maintaining a mobile network," In *Proceedings of Second IEEE International Conference on Intelligent Systems*, 2004, pages 113-118.

[20] J. S. Cepeda, L. Chaimowicz, R. Soto, J. L. Gordillo, E. A. Alanís-Reyes, L. C. Carrillo-Arce, "A Behavior-Based Strategy for Single and Multi-Robot Autonomous Exploration," *Sensors*, 2012, no. 9 : 12772-12797.

[21] J. C. Elizondo-Leal, E. F. Parra-González and J. G. Ramírez-Torres. "The Exact Euclidean Distance Transform: A New Algorithm for Universal Path Planning". *Int J Adv Robot Syst*, 2013, 10:266. doi: 10.5772/56581.

[22] H. W. Kuhn, "The Hungarian method for the assignment problem," *Naval Research Logistic Quarterly*, 1955, 2:83-97.

[23] J. Minguez, and L. Montano, "Nearness diagram (nd) navigation: Collision avoidance in troublesome scenarios," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2004, 45-59, doi: 10.1109/TRA.2003.820849.

[24] B. P. Gerkey, R. T. Vaughan, A. Howard, "The player/stage project: Tools for multi-robot and distributed sensor systems," *Proc. of the Intl. Conf. on Advanced Robotics (ICAR)*, 2003, pages 317-323.



**Juan Carlos Elizondo Leal.** He obtained his B.Sc. in Electronics Engineering from Instituto Tecnológico de Cd. Victoria, Tamaulipas, México in 2006, his M.Sc from Information Technology Laboratory, CINVESTAV-Tamaulipas, Tamaulipas, México in 2008 and his Ph.D. from Information Technology Laboratory, CINVESTAV-Tamaulipas, Tamaulipas, México in 2013. His research interests include the robot path planning and multi-robot coordination.



**José Gabriel Ramírez Torres** received the B. Eng. degree in Electronics Engineering (with honors) from the Instituto Tecnológico de Ciudad Madero, Mexico, the M. S. degree in Automatic Control from the Ecole Nationale Polytechnique de Grenoble, France, and the Ph. D. degree (with honors) in Mechanics and Robotics from the Université de Poitiers, France, in 2000. From 2000 to 2006, he was Assistant Professor at the Université de Poitiers, France, and since 2007, he is Professor at the Center for Research and Advanced Studies Cinvestav, Mexico. His research interests include mobile robotics, unmanned aerial vehicles and computer vision.



**Eduardo Rodríguez-Tello** is a research professor at the Information Technology Laboratory at CINVESTAV-Tamaulipas, México, since 2008. He received the M.Sc. degree in computer science from the Tecnológico de Monterrey, México, and the Ph.D. degree in Informatics from the University of Angers, France, in 1999 and 2007, respectively. Dr. Rodríguez-Tello's research focuses on the design and implementation of effective metaheuristic algorithms for solving large-scale combinatorial optimization problems in various application areas. His current research interests include computational geometry and mobile robotics.



**José Ramón Martínez Angulo.** He obtained his B.Sc. in Electronics Engineering from Instituto Tecnológico de Cd. Victoria, Tamaulipas, México in 2006, his M.Eng. from UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VICTORIA-Tamaulipas, México in 2011. He is a full time professor at Universidad Autónoma de Tamaulipas. His research interests include mechatronics system, automation and electronics.